Az exponenciális függvény

|  |  |
| --- | --- |
| 1. | Készítsünk értéktáblázatot, majd ábrázoljuk és jellemezzük az y = 3x függvényt! |
| 1.H | Készítsünk értéktáblázatot, majd ábrázoljuk és jellemezzük a következő függvényeket! Megjegyzés: e értéke kb. 2,7183  a.) y = 2x b.) y = 5x c.) y = 10x d.) y = ex |
| 2. | Készítsünk értéktáblázatot, majd ábrázoljuk és jellemezzük az y = 0,25x függvényt! |
| 2.H | Készítsünk értéktáblázatot, majd ábrázoljuk és jellemezzük a következő függvényeket!  a.) y = 0,5x b.) y = 0,1x c.) y = 3–x d.) y = e–x |
| 3. | A transzformációs szabályok ismeretében ábrázoljuk a következő függvényeket!  a.) y = 2x–1 – 3 b.) y = 3∙2x + 1 c.) –2–x – 1 d.) –2–(2x–1) + 1 |
| 3.H | a.) y = 2x+3 – 1 b.) y = 1,5∙2x – 2 c.) –2x + 4 d.) 2–(x+1) – 20 |
| 4. | Grafikus összegzéssel ábrázoljuk az y = 2x + 3x függvényt! |
| 4.H | Grafikus összegzéssel ábrázoljuk az y = 0,5x + 0,25x függvényt! |
| 5. | A grafikonok elemzésével oldjuk meg a 2x ≥ 2/x egyenlőtlenséget! |
| 5.H | A grafikonok elemzésével oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket!  a.) 2x ≤ √x b.) 2x ≤ x + 1 c.) 2x < 3x d.) 2x ≥ 0,5x – 1,5 |

Exponenciális (kitevőkeresős) egyenletek

A következő egyenleteket a valós számok halmazán oldjuk meg!

|  |  |
| --- | --- |
| 11. | a.) 2x = 128 b.) 6x = 216 c.) 2x = 5126 d.) 13x = 1 |
| 11.H | a.) 11x = 1331 b.) 2x = 8 c.) 7x = 3434,5 d.) 3x = –27  **x = 3. x = 3. x = 13,5. nincs mo.** |
| 12. | a.) 27x = 3 b.) 11x = √11 c.) 8x = √2 d.) 3x = 9√3 |
| 12.H | a.)  b.)  c.)  d.)  **x = 1,5. x = 7/9. x =7/16. x = 42/25.** |
| 13. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 13.H | a.)  b.)  c.)  d.)  **x = –3. x = –5. x = –4. x = –9.** |
| 14. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 14.H | a.)  b.)  c.)  d.)  **x = –0,4. x = –9/8. x = –9/4. x = –2/7.** |
| 15. | a.) 3x+2 = 27 b.) 2x–5 = 1/√2 c.) 23x+1 = 8√2 d.) 56–x = 1/125 |
| 15.H | a.) 5x–3 = 25 b.) 9x+2 = 1/√3 c.) 72x–1 = 49√7 d.) 67–2x = 1/216  **x = 5. x = –2,25. x = 1,75. x = 5.** |
| 16. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 16.H | a.)  b.)  c.)  d.)  **x є {–2; 7}. x є {–4; 6}. x є {–0,5; 2} x є {–2; 4}.** |
| 17. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 17.H | a.)  b.) c.)  d.)  **x є {–2; 4}. ~~EFKE!~~ x є {2; 10}. x є {2; 3; 4; 5}.**  **x є {9/11; 1}.** |
| 18. | a.)  b.)  c.)  d) |
| 18.H | a.)  b.)  c.)  d)  **x = 36. x = –3. x є {–11; 9}. x є {0; 6}.** |
| 19. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 19.H | a.)  b.)  c.)  d.)  **x = 5. x є {2; 5}. x = 9. nincs megoldás.** |
| 20. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 20.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 21. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 21.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 22. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 22.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 23. | a.)  b.)  c.) |
| 23.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 24. | a.)  b.)  c.) |
| 24.H | a.)  b.)  c.)  d.)  e.)  f.) |
| 25. | a.)  b.) c.)  d.) |
| 25.H | a.)  b.)  c.)  d.)  e.)  f.)  g.) |
| 26. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 26.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 27. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 27.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 28. | a.)  b.)  c.) |
| 28.H | a.)  b.)  c.) |
| 29. | a.)  b.)  c.) |
| 29.H | a.)  b.)  c.) |
| 30. | a.)  b.)  c.) |
| 30.H | a.)  b.)  c.) |
| 31. | a.)  b.)  c.) |
| 31.H | a.)  b.)  c.) |
| 32. | a.)  b.)  c.) |
| 32.H | a.)  b.)  c.) |
| 33. | a.)  b.)  c.) |
| 33.H | a.)  b.)  c.) |
| 34. | a.)  b.)  c.) |
| 34.H | a.)  b.)  c.) |
| 35. | a.)  b.)  c.) |
| 35.H | a.)  b.)  c.) |
| 36. | a.)  b.) c.) |
| 36.H | a.)  b.)  c.) |
| 37. | a.)  b.)  c.) |
| 37.H | a.)  b.)  c.) |

Jó munkát!

|  |
| --- |
| Próbadolgozat  **38.** Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!  a.) (x2 - 5x + 5)3x - 13 = 1 b.) (2x2 - 5x + 2)8x - cos x = 0 c.) (x2 - x - 1)0,5x + 1 = (x2 - x - 1)|x - 2|  d.) 2x = x - 3 e.) 0,5x = 1 - 15x/4 f.)  g.)  h.)  i.)  **39.** Ábrázoljuk, jellemezzük az y = 64 ・2x - 5 - 4 függvényt! |

|  |
| --- |
| A felelés kérdései – kitevőkeresős egyenletek  1. A hatványozás öt azonossága  2. A negatív kitevő értelmezése  3. A (racionális) tört kitevő értelmezése, kikötések  4. A 2x függvény ábrázolása és jellemzése; az irracionális kitevő értelmezése  5. Az ax függvény általános jellemzése  6. Mit nevezünk exponenciális egyenletnek, hogyan oldjuk meg az ilyeneket?  7. A hatványok 1000-ig  8. Nevezetes szögek (0; 30; 45; 60; 90 fokok) szögfüggvényei  9. Az ab = 1 alakú egyenletek megoldása  10. Az ab = ac alakú egyenletek megoldása  11. Exponenciális egyenlőtlenségek megoldása |

A logaritmus fogalma és alapazonosságai – begyakorló feladatok

Határozzuk meg a következő kifejezések pontos értékét!

|  |  |
| --- | --- |
| 41. | a.) log28 b.) log3729 c.) log5(–25) d.) log11121 |
| 41.H | a.) log416 b.) log2512 c.) log327 d.) log1313  e.) log981 f.) log381 g.) log141 h.) log12 |
| 42. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 42.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 43. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 43.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 44. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 44.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 45. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 45.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 46. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 46.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 47. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 47.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 48. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 48.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 49. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 49.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 50. | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 50.H | a.)  b.)  c.)  d.) |
| 51. | a.)  b.)  c.) |
| 51.H | a.)  b.)  c.) |
| 52. | a.)  b.)  c.) |
| 52.H | a.)  b.)  c.) |
| 53. | a.)  b.)  c.) |
| 53.H | a.)  b.)  c.) |
| 54. | a.) log2 log39 b.) log0,5 log2 256 c.) log2 log3 log0,50,125 |
| 54.H | a.) log3 log0,1250,5 b.) log2 log2 log2 2√2 c.) ln lg log2 1024 |

A logaritmus műveleti azonosságai – begyakorló feladatok

I. Végezzük el a következő műveleteket! A végeredményt egyetlen logaritmust tartalmazó kifejezésként adjuk meg! Ha lehetséges, számítsuk ki a pontos számértéket is!

|  |  |
| --- | --- |
| 61. | a.) log25 + log20,4 b.) log37 + log39 c.) log1112 + log113 |
| 61.H | a.) log34 + log38 b.) log1913 + log194 c.) log0,520 + log0,50,6 |
| 62. | a.) log214 – log23,5 b.) log4135 – log415 c.) log678 – log616 |
| 62.H | a.) log5105 – log521 b.) log0,2433 – log0,212 c.) log78 – log70,25 |
| 63. | a.) 2∙log313 b.) 3∙log57 c.) 9∙log112 |
| 63.H | a.) 2∙log819 b.) 5∙log133 c.) 6∙log90,5 |
| 64. | a.)  b.)  c.) |
| 64.H | a.)  b.)  c.) |
| 65. | a.)  b.)  c.) |
| 65.H | a.)  b.)  c.) |
| 66. | a.) log214 + log210 – log235 b.) log345 + log354 – log330 |
| 66.H | a.) log575 + log510 – log56 b.) log448 + log4160 – log460 |
| 67. | a.) log25 + log240 – 2log210 b.) 3log62 + 2log69 – log63 |
| 67.H | a.) 2log315 + 0,5log316 – log3100 b.) 5log52 + 2log54 – 3log58 |
| 68. | a.) 1 + log27 b.) 2 + log53 c.) log38 + log1111 |
| 68.H | a.) log211 + 4 b.) log34 + log35 + 2 c.) log3243 + log25 |
| 69. | a.) log660 – 1 b.) log3216 – 2 c.) 2 – lg5 |
| 69.H | a.) log798 – 2 b.) log0,53 – 1 c.) 3 – log400 |
| 70. | a.) 2∙log34 + 1 b.) 3∙log410 – log45 – 2 c.) lg4 + 2lg5 – 1 |
| 70.H | a.) 3∙log46 – 2 b.) 0,5∙log916 + log11121 c.) 2lg300 + lg70 – lg6,3 |

II. A következő kifejezéseket írjuk fel prímszámok logaritmusainak összegeként, különbségeként ill. számszorosaként!

|  |  |
| --- | --- |
| 71. | a.) loga15 b.) log930 c.) log1348 |
| 71.H | a.) loga40 b.) logc108 c.) lg216  d.) loga280 b.) lg41 c.) log40625 |
| 72. | a.)  b.)  c.) |
| 72.H | a.)  b.)  c.) |
| 73. | a.)  b.)  c.) |
| 73.H | a.)  b.)  c.) |

III. Fejezzük ki a következő kifejezéseket az a és b számok logaritmusaival!

|  |  |
| --- | --- |
| 74. | a.)  b.)  c.) |
| 74.H | a.)  b.)  c.) |

A logaritmusfüggvény – gyakorló feladatok

I. Ábrázoljuk és jellemezzük a következő függvényeket (ha kell, alkalmazzuk a transzformációs szabályokat)!

|  |  |
| --- | --- |
| 81. | a.) y = log3x b.) y = log0,5x c.) y = lg x |
| 81.H | a.) y = log2x b.) y = log0,25x c.) y = ln x |
| 82. | a.) y = log2(–x) b.) y = –log2x c.) y = –log2(–x) |
| 82.H | a.) y = log0,5(–x) b.) y = –log0,5x c.) y = –log0,5(–x) |
| 83. | a.) y = log2(x–3) b.) y = 1,5∙log2x c.) y = log2x – 2 |
| 83.H | a.) y = log2(x+4) b.) y = 2∙log2x c.) y = log2x + 1  d.) y = log0,5(x–1) e.) y = 0,5∙log0,5x f.) y = log0,5x – log39 |
| 84. | a.) y = 2∙log2(x+1) – 3 b.) y = 0,5∙log2(–x)+1 c.) y = 2 – log2(x+4) |
| 84.H | a.) y = 2∙log3(x–2) + 1 b.) y = 10∙lg(x–1) – 20 c.) y = –log2(x+1) + 1 |
| 85. | a.) y = log2(2x+1) b.) y = log0,5(3–x) c.) y = –log2(1–x)+2 |
| 85.H | a.) y = log2(2x–3) b.) y = log0,5(2–x) c.) y = –log2(–2x–1) |
| 86. | a.) y = log2x2 b.) y = log2(4x) c.) y = (lg x) / (lg3) |
| 86.H | a.) y = log0,5(√x) b.) y = log2(2x)2 c.) y = (ln x2) / (ln2) |

Logaritmusos egyenletek

Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán!

|  |  |
| --- | --- |
| 91. | a.) log2x = log27 b.) log3(x+1) = log38 c.) log7(2x+3) = log74 |
| 91.H | d.) log3x = log38 e.) log42(1–3x) = log427 f.) ln(3x+4) = ln13 |
| 92. | a.) log9(x+2) = log9(2x+3) b.) lg(4x–1) = lg(x2–4) c.) ln(2x+9) = ln(x2–6) |
| 92.H | d.) ln(x+4) = ln(2x–12) e.) lg(9x – 2) = lg(5x + 6) f.) log6(x2+3x–1) = log6(x+2) |
| 93. | a.) lgx + lg2 = lg(x+3) b.) log5(x+1) + log5(x–1) = log5(5x–7) |
| 93.H | a.) lgx + lg5 = lg(x+24) b.) lg(x+2) + lgx = lg1,5 + lg2  c.) lg7 + lgy = lg(2y+45) d.) ln(2x) + ln(x–1) = ln(3x–2)  e.) ln(x+2) + ln(x–3) = ln(3x–1) f.) lg(1–x) + lg(x–2) = lg(17x+23) + lg(70x–411) |
| 94. | a.) log3x – log34 = log3(10–x) b.) log6(x3–1) – log6(x2+x+1) = log6(x+1)(x–1) |
| 94.H | a.) lgx – lg2 = lg(x – 3) b.) ln(x2 – 4) – ln(x+2) = ln(–x+7)  c.) log4x – log410 = log4160 – log4x d.) lg(x+3) – lg(2x–5) = lg(x–2) + lg6 |
| 95. | a.) 3log3x = log38 b.) 2log11(x+3) = 0,5∙log1116 |
| 95.H | a.) 0,5lgx = 2∙lg3 b.) 2log3(3x+1) = (log34096)/3  c.)  d.) |
| 96. | a.) lg x = 1 + lg2 b.) 2 + log3(x–1) = log3(x+3) + log3(x–3) |
| 96.H | a.) lg x + 1 = lg45 + lg2 b.) 1 + log25 = log2x + log2(x+3)  c.) log39 + log27 = log2x + log2(x–3) d.) log216 + lgx = 3 + lg(x+2)  e.) lg(7x–1) = 1 + lg(3x–7) f.) lg(x–1) + lg(x–3) = 1 + lg0,8 + lg(x–4) |
| 97. | a.) ln x – 2 = ln 10 b.) 3 – lg20 = lg(x2 – 23x) |
| 97.H | a.) lgx = 2 – lg20 b.) lg(2x) = 3 – 2lg5  c.) lg(6x) = lg243 – lg9 d.) lg(x–3) = 2 – lg40 |
| 98. | a.) 2log4(x+1) = 1 + log4x b.) 3lgx + 2lg2 = lg(4x3+3x2–12) |
| 98.H | a.) 2log5(x–3) = 2 + log5(x–0,84) b.) 5lnx + 1 = ln(e∙x5 + π∙x2 – 9π) |
| 99. | a.) log2log3x = 2 b.) log4[1+log3(2+log5x)] = 0,5 |
| 99.H | a.) log3log4(x–1) = 0 b.) log3{1+log2[1+3log2(x–11)]} = 1  c.) log8[4–2∙log6(7–2x)] = 1/3 d.) log25[0,2∙log3(2–log0,5(4x)] = –0,5 |
| 100. | a.) logx(x2+6x–18) = 2 b.) logx–1(3x–1) = 3 |
| 100.H | a.) logx(x2 – 5x + √x) = 0,5 b.) log1+x(2x2 + 1) = 2  c.) log2x–1(3x2 – 4x + 5) = 2 d.) logx(x3 + 3x2 – 10x + 3) = 3 |
| 101. | a.) log2(18–2x) + log2(2x + 14) = 8 b.) x + log2(9–2x) = 3 |
| 101.H | a.) log2(3 + 2x) + log2(5 – 2x) = 4 b.) x + 1 + log2(36–2x) = log√216  c.) x∙(1–lg5) = lg(2x + x – 1) d.) lgx + lg lg2 = lg lg(3 + 2x–2) |
| 102. | a.) lg2x – 3lgx = –2 b.) (log3x + 2)∙(5 – log3x) = 12 |
| 102.H | a.) ln2x – 7lnx = –12 b.) |
| 103. | a.) lg2x + lgx2 = 24 b.) log3(log22x –log2x3 + 5) = 2 |
| 103.H | a.) lg2x2 + 3 lgx2 = 40 b.) lg2(x–1) + lg(x2–2x+1) = –1  c.) lg2(x+2) – lg(x3+6x2+12x+8) = 10 d.) lg2x – lg√x = 0,5 |
| 104. | a.) xlgx = 0,1x2 b.) |
| 104.H | a.) 100lg(x–4) = 10000 b.) xlgx = 0,01x3  c.) (3x–2)lg(3x–2) – 3 = 0,01 d.) xlnx = e2∙x  e.)  f.)  g.) xlgx + 10∙x–lgx = 11 h.) xlgx – 100x–lgx+1 = 9999 |
| 105. | a.)  b.) |
| 105.H | a.)  b.) |
| 106. | a.) log2x – log0,5x = 8 b.) log2x + log4x + log16x = 14 |
| 106.H | a.) 3log5x + 2log25x = 4 b.) log2x – 2log4x – 1 = 3log8x  c.) log4x – log0,25x = 4 d.) log27x – log9x + 3log3x = 17 |
| 107. | a.) logx9 + log3x = 3 b.) |
| 107.H | a.) 4log4x + 3 = 2logx2 b.) logx8 – log4x8 = log2x16  c.) log5(x+20)∙logx√5 = 1 d.) logx+1(x–0,5) = logx–0,5(x+1)  e.)  f.) (log3x)∙(log9x)∙(logx27) = 4,5 |

Logaritmusos egyenletrendszerek

Oldjuk meg a következő egyenletrendszereket a valós számok halmazán!

|  |  |
| --- | --- |
| 111. | lg x + lg y = 5 és 3∙lg x – 2∙lg y = 5 |
| 111.H | a.) lg x + 2∙lg y = 6 és 3∙lg x – 5∙lg y = 7  b.) lg x2 + lg y = 5 és lg x3 – lg y2 = 4  c.) lg (x+20) + 1 = lg y és lg (x2+40x+400) – lg y3 = –7 |
| 112. | lg x – lg y = 3 és lg (x – 100y) = 3 + 2∙lg 3 |
| 112.H | a.) lg x – 2∙lg y = 1 és x – 10y = 900  b.) ln x – ln y = 2 és x + e2∙y = 2∙e3  c.) log3x – log3y = –4 és 5x + 2y = 501 |
| 113. | log5(x+y) – log5(x–y) = 1 és x2 – y2 = 125 |
| 113.H | a.) lg(x2+y2) = 1 + lg2 és lg(x+y) + lg(x–y) = lg12  b.) log3(4x+y) + log3(4x–y) = 1 és log2(4x+y) – log2(4x–y) = 1.  c.) lg(x2+y2+10) = 2+lg3 és lg(x+y) – lg(x–y) = lg3 + 2lg2 |
| 114. | log2x + log2y = 5 és log2[ log3(x+y) – log3 2 ] = 1 |
| 114.H | a.) log3x + log3y = 4 és log5 log2 (x+y+2) = 1  b.) log4 log5 (x–y) = 0,5 és lg x + lg y = 1 + lg 3 – lg 2  c.) log3x + log3y = 2 és log0,5 log2 (2x + 3y + 1) = –2 |
| 115. | log2(x+y+xy+3) = 1 és log4(–x2y–xy2) = 0,5 |
| 115.H | a.) log11(x+y+xy) = 1 és log2 lg(x2y+xy2) = 0,5∙log2(1 + lg9 + lg23)  b.) log7(xy+x–y+2) = 0 és log5 (xy2–x2y) = 1 + log56  c.) log0,5(x3y) = –6 és log2(x2+xy) = 2+log16625 |
| 116. | log25x + log25y = 0,5 és 2x–1 – 2∙41,5y = 0 |
| 116.H | a.) 8x–1∙4y = 16 és log2x + log2y = 1  b.) 0,2√(2x–y–2,5) = 1 és 2∙log3x + log32 = 2 + log3y  c.) (25√x)√y – 125∙5√y = 0 és 0,5 lg x + 0,5 lg y – lg (4–x) = 0 |
| 117. | xy = 600 és xlg y = 36 |
| 117.H | a.) xy = 300 és xlg y = 9  b.) xy = 4000 és x1,5 lg y = 512  c.)  és |
| 118. | x2 = y3 és log4(x/y) = (log4 x) / (log4 y) |
| 118.H | a.) x4 = y5 és 1,25∙log2(x/y) = (log2 x) / (log2 y)  b.) lg x2y = lg x ∙ lg y és x4 = y2. |
| 119. | xy = yx és 3x = 2y. |
| 119.H | a.) xy = yx és x = 2y.  b.) y = 3x és xy = yx.  c.) x = y és xy = yx  d.) xy = yx és 5x = 2y. |
| 120. | log5x + log3y = 5 és logx5 – logy3 = 0,75. |
| 120.H | a.) log2 xy = 5 és log0,5 (x/y) = 3  b.) log3x + log3y = 5 és logx3 + logy3 = 5/6.  c.) log2x + log4y = 8 és log4x – log2y = –1 |

A következő egyenletrendszereket az egész számok halmazán oldjuk meg!

|  |  |
| --- | --- |
| 121. | 3x ∙ 2y = 648 és log4(x–y) = z |
| 121.H | a.) 2x ∙ 3y = 50 és log√7(x5 + 4ax – ya3 – axy) = b2  b.) 2x ∙ 3y ∙ lg z5 = 60 és x+y+z = 102  c.) 2x ∙ y2 ∙ lg z = 12 és z1/3 – y = 101. |

Exponenciális és logaritmusos egyenlőtlenségek

Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán!

Megjegyzés: shx = (ex – e–x)/2 és chx = (ex + e–x)/2. A függvények neve: szinusz hiberbolikusz és koszinusz hiperbolikusz.

|  |  |
| --- | --- |
| 131. | a.) 2x < 8 b.) 3x ≤ 1/√3 c.) 10x ≥ –3 d.) 1,06x > 1,5 |
| 131.H | e.) 7x < 3432 f.) 4x ≥ 2 g.) 2x < sin230º h.) ex ≥ 11  i.) 8x > 0,125 j.) 5x < 0,2 k.) 3x ≥ 2 l.) ex < sh2+ch2 |
| 132. | a.) 0,4x < 0,16 b.) (2/7)x ≤ 8/343 c.) (8/9)x > –9/8 d.) 0,11x ≥ 0,12 |
| 132.H | e.) 0,5x > 16 f.) 0,3x < 0,09 g.) (7/11)x ≤ –1 h.) 0,245x ≤ 1  i.) 2 < 0,5x < 32 j.) 0,25x ≥ 1024 k.) 0,75x < sinπ/3 l.) (√3/4)x ≥ cos(2π/3) |
| 133. | a.) lg x < 3 b.) log3x > 2,5 c.) ln x ≤ –2 d.) log4x < log35 |
| 133.H | e.) log2 x ≤ 7 f.) log5x ≥ 0,5 g.) lg x < –2 h.) log27x ≥ 1/3 |
| 134. | a.) log0,5x < 2 b.) log1/7 x ≤ –1 c.) log1/e x > 3 d.) log1/√5 x ≥ –8 |
| 134.H | e.) log0,1x ≥ 3 f.) log2/3 x ≥ –2 g.) log0,5 x < π h.) log0,4 x ≥ log0,4 11 |
| 135. | a.) log2 (x + 3) > log2 2x b.) log0,2 (1–x) ≤ log0,2 x |
| 135.H | c.) log5(x+6) ≥ log5 (2x+11) d.) log1/3 (2–x) ≤ log1/3 (x–3)  e.) lg (3x+7) ≥ lg (5x–6) f.) log0,1 (11x–19) ≥ log0,1(8x – 11) |
| 136. | a.) log2(x2 – x – 2) < 2 b.) log1/3(5 – x2) ≥ log1/3 4 + log1/3 x |
| 136.H | c.) log14(x2 + x – 6) ≤ 1 d.) log0,5(9 – x2) ≥ log0,5 x – 3  e.) lg (x2 + x + 1) ≥ lg x f.) log0,3(x2–16) ≤ log0,3(4+x) |
| 137. | a.)  b.) |
| 137.H | c.)  d.) |
| 138. | a.) log2 |x+1| < 5 b.) log0,1 |||x|–2|–2| ≥ 0 |
| 138.H | c.) log3 |x–5| ≤ 2 d.) log0,5||x|–3|–1 ≤ 0  e.) log0,2|3x+2| ≥ log1/5 |x+2| f.) log3(|2∙|x+1|–4|–1) ≥ –3 |
| 139. | a.) 4x + 2x+1 ≥ 3 b.) log0,52x ≤ 16 + log0,5x10 |
| 139.H | c.) 9x + 81 ≤ 10∙3x+1 d.) ln2x – lnx ≥ 0  e.) lg2x + lgx2 ≥ 6 f.) log22(1–x2) ≥ 4  g.) 8x – 3∙4x + 3∙2x = 28 h.) lg2 x ≤ 3 |
| 140. | a.) log6(|x+7|+1) ≥ log6[(4x+26)/(x+5)] b.) (2/3)|2x–1| + |2x+1| ≤ (2/3)x∙x+2 |
| 140.H | c.) log0,99[(6+3x)/x] ≥ log0,99(x2 – 2x + 10) d.) log3(|x+4| – |x–2|+5) ≤ log3(x+1) |
| 141. | a.) log2 log3 x ≥ 1 b.) log0,7 log0,5 log2 (x+3) ≤ 0 |
| 141.H | c.) log2 log2 log2 x ≥ 0 d.) log0,5 log4 (x+1) < 1  e.) log2 (1 + log0,5x) ≥ 2 f.) log11 log2[3 – log0,1(x+2)] ≤ 0 |
| 142. | a.) log2x + log82x ≥ log4x + log2(16√2) b.) log0,4 (2x+1) ≥ log2,5 x |
| 142.H | c.) log2x + log4x ≥ 3 d.) log0,5 x ≤ log2 x+1  e.) log3x – log9x ≥ log27x + log√24 f.) log8(2x–1) ≥ log0,125 x |

Logaritmus használatát igénylő szöveges feladatok

|  |  |
| --- | --- |
| 143. | Ismeretes, hogy a tengerszinttől számított és kilométerben megadott h magasságban uralkodó p nyomást a p = p0∙e–0,1275∙h formulával kapjuk (ahol e a természetes alapú logaritmus alapszáma, p0 pedig kb. 105 Pa.)  a.) Mekkora a nyomás 3 km magasságban?  b.) Mekkora a nyomáskülönbség a Gellérthegy teteje (235m) és a Duna ottani szintje között? (105 m)  c.) Milyen magasságban tapasztalunk 100 Pa nyomást? |
| 143.H | d.) Mekkora a nyomás a Csóványos tetején (938 méteren)? **88 728 Pa.**  e.) Mekkora a nyomáskülönbség a Tar-kő (950m) és Ómassa (480m) között? **5471 Pa.**  f.) Milyen magasságba kell emelkedni a tengerszinttől, hogy a légnyomás 20 százalékkal csökkenjen? **1,75 (km).**  g.) Mekkora nyomás lenne a képlet szerint egy, a tengerszinten ásott 1 km mély gödör alján? **113 598 Pa.**  h.) Mekkora nyomáskülönbséget jelent 1 m szintemelkedés a tengerszinten ill. a Durmitor hegységben található Bobotov Kuk tetején (2522 m)? **12,75 Pa a tengerszinten, 9,24 Pa a Bobotov Kukon.**  i.) Mekkora magasságban tapasztalunk fél atmoszféra nyomást? **5,436 (km).**  j.) Mekkora magasság fölött csökken a légnyomás a tengerszinten mért érték századrésze alá? **36,12 (km).**  k.) Vezessük le a fent ismertetett képletet az általánosabb, ún. barometrikus magasságformulából, mely szerint , ahol x jelöli a tengerszint feletti magasságot, px jelöli a légnyomást ebben a magasságban, p0 jelöli a légnyomást a tengerszinten, g pedig a gravitációs gyorsulás nagyságát. (e = 2,718; p0 = 105 N/m2; ρ0 = 1,3 kg/m3; g = 9,81 m/s2 és N = kg∙m/s2).  l.) Egy léghajóban a barométer a tengerszinten mért érték 92 százalékát jelzi. Milyen magasan lebeg? **≈ 654 m.**  m.) A 8000 méter magasan mérhető légnyomás hány százaléka a tengerszinten mérhető értéknek? **kb. 36,06%-a.** |
| 144. | A csillagászok az égitestek fényességét ún. magnitúdóban (magyarul fényrendben) mérik. A régi görögök a legfényesebb csillagokat nevezték elsőrendűeknek, a szabad szemmel még éppen láthatóakat hatodrendűeknek, vagyis a nagyobb szám jelszi a halványabb csillagot. A skála logaritmikus, vagyis minden egész magnitúdó-változás (különbség) ugyanannyiszoros eltérést (hányadost) jelent. 5 magnitúdó-változás 100-szoros fényerősség-változást jelent.  a.) Hányszoros fényerősség-változást jelent 1 fényrend-változás?  b.) A Nap –26,8 magnitúdós, a Hold –12,2. Hányszor olyan fényes a Nap, mint a Hold? |
| 144.H | c.) Hányszor fényesebb egy 0 fényrendű csillag egy 3 magnitúdójúnál? **15,85**  d.) A β Cephei olyan változócsillag, melynek fényerőssége kb. 0,1 magnitúdóval változik. Hányszoros fényerősség-változást jelent ez? **1,096**  e.) A szupernóvák kifényesedéskor meghaladhatják a 20 fényrend-változást is. Hányszoros fényerősség-változást jelent ez? **108**  f.) A Sarkcsillag 2,12 fényrendű. Hányszor fényesebb, mint a puszta szemmel még éppen látható csillagok? **35,65** |
| 145. | Kisebb mennyiségű cukor oldódása nagy mennyiségű vízben közelítőleg az M(t) = M0∙at formula szerint, tehát időben exponenciálisan zajlik (0 < a < 1); a cukor vízbe kerülésétől percben mért időt jelöli a t, M(t) a t időpontig még fel nem oldódott cukor mennyisége; M0 pedig a teljes cukor mennyisége, amit a vízbe tettünk. Legyen a = 0,95 (amit egyébként nagyjából a hőmérséklet és az idő mértékegysége határoz meg).  a.) Mennyi idő múlva oldódik fel a cukormennyiség egynegyede?  b.) Mennyi cukrot tegyünk a vízbe, hogy két perc alatt legalább 1 grammnyi mennyiség feloldódjon?  c.) A cukor hány százaléka oldódik fel 10 másodperc alatt? |
| 145.H | d.) A cukor hány százaléka oldódik fel 5 perc alatt? **22,62%**  e.) Mennyi idő alatt oldódik fel a cukormennyiség fele? **kb. 13 és fél perc**  f.) Egy másodperc alatt 3 gramm cukor oldódott fel közvetlenül a behelyezés után. Mennyi cukrot tettünk a vízbe?  **3511 gramm (jó sok víz kell hozzá).**  g.) Mekkora az *a* értéke (pl. egy másik hőmérsékleten), ha 2 gramm feloldandó cukorból egy perc alatt 1,6 gramm oldódik fel? **a = 0,2.** |
| 146. | A világméretű szociológiai kutatások eredményeként a fejlett ipari országok egy főre jutó nemzeti összeterméke (GDP) és a lakosság várható élettartama között hozzávetőleg az alábbi tapasztalati összefüggés állítható fel: , ahol É az átlagos várható élettartam években, G pedig a GDP, reálértékben átszámítva 1980-as dollárra. *[Az adat az Egységes Érettségi Feladatgyűjteményből való.]*  a.) Mennyi a várható élettartam abban az államban, ahol a GDP 4000 dollár?  b.) Mennyi várható élettartam-növekedést okoz, ha a GDP 1500 dollárról 3000 dollárra nő?  c.) Mennyi abban az országban a GDP, ahol a lakosság várható élettartama 75 év, feltéve, hogy a fenti képlet helyes?  d.) Mennyi GDP-növekedés szükséges ahhoz, hogy egy országban a lakosság várható élettartama 60 évről 72 évre nőjön? |
| 146.H | e.) Mennyi a várható élettartam abban az államban, ahol a GDP 0 dollár? **≈ 27,17 év.**  f.) Mennyi várható élettartam-növekedést okoz, ha a GDP 3000 dollárról 6000 dollárra nő? **≈ 10,54 év.**  g.) Mennyi abban az országban a GDP, ahol a lakosság várható élettartama 68 év, feltéve, hogy a fenti képlet helyes? **≈ 4928 dollár.**  h.) Mennyi GDP-növekedés szükséges ahhoz, hogy egy országban a lakosság várható élettartama 72 évről 73 évre nőjön? **890 dollár.**  i.) Mennyi a várható élettartam abban az államban, ahol a GDP 120 000 dollár? **≈ 75,5 év.**  j.) Mennyi várható élettartam-növekedést okoz, ha a GDP 30000 dollárról 60000 dollárra nő? **gyakorlatilag semennyit.**  k.) Mennyi GDP-növekedés szükséges ahhoz, hogy egy országban a lakosság várható élettartama 73 évről 74 évre nőjön? **1351 dollár.**  l.) Legfeljebb mennyi lehet a lakosság átlagos élettartama a fejlett ipari országokban, ha a képletet komolyan vesszük? **legfeljebb 75,5 év**  m.) Egy kaukázusi népről azt tartják, hogy átlagosan 80 évig élnek ott az emberek. A képlet szerint mekkora a GDP ezen a területen? |
| 147. | A matematikai információelméletben az *n* betűs ábécéből alkotott, *m* számú karakterből álló hír információmennyiségét a H = m∙log2n képlettel definiálták (Hartley-képlet). A legegyszerűbb ábécé kétjelű (n = 2), mert egy jellel nehéz hírt közölni (de nem lehetetlen). Ha ebből egy jelet kiválasztunk (m = 1), akkor megkapjuk a lehető legkisebb információs értékkel rendelkező hírt. Ez az informácikós érték: log22, azaz éppen 1 lesz. Ezt az információmennyiséget John W. Tukey nevezte el 1 bit-nek (a „binary digit” rövidítése).  a.) Mekkora egy kétbetűs ábécé esetén egy 8 leütésből álló hír információs értéke?  b.) Hány betűs ábécé esetén lenne egy 5 leütésből álló hír információs értéke 15 bit?  c.) Mekkora egy 3 betűből álló jelsorozat információs értéke (25 betűs angol ABC-t feltételezve)? |
| 147.H | d.) Mekkora egy hatjegyű telefonszám információs értéke?  e.) Mekkora a dobókockával dobott szám információértéke?  f.) Mekkora a 16-os számrendszerben felírt 12-jegyű leütéssorozat információs értéke? |

A maghasadás és a radiokatív bomlás témaköre a 12. osztályos fizika tananyagban szerepel, ezért most nem erőltetjük.

Jó munkát!

A felelés kérdései – logaritmus (és ismétlő)

1. Mit értünk egy *b* szám *a* alapú logaritmusán? Milyen kikötéseket kell tenni *a*-ra és *b*-re?
2. Hogyan fejezhető ki az ax = b egyenletből az x?
3. A logaritmus definíciójából következő két azonosság
4. **A logaritmus műveleti azonosságai (szorzat, hányados, hatvány)**
5. **Áttérés új alapú logaritmusra**
6. A logaritmusfüggvény ábrázolása és általános jellemzése különböző alapok esetén
7. A logaritmusfüggvény transzformációi
8. Logaritmusos egyenletek megoldása
9. Logaritmusos egyenlőtlenségek megoldása
10. Logaritmusos egyenletrendszerek megoldása
11. Az lg és az ln szimbólumok jelentése
12. A 2, 3, 5, 7 hatványai 1000-ig, a négyzetszámok 1024-ig
13. A negatív kitevőjű hatvány jelentése
14. A törtkitevő jelentése
15. **Összeg és különbség négyzete ill. köbe (nevezetes szorzatok)**
16. **Négyzetek különbsége, köbök összege és különbsége (nevezetes szorzatok)**
17. Vektorműveletek (összeadás, kivonás, számszoros, skalárszorzat)
18. Nevezetes szögek szögfüggvényei
19. A logaritmus gyakorlati alkalmazása (példák felsorolása)
20. **Pitagorasz tétele**

A kidolgozott kérdéseket feleléskor be kell mutatni.

**A vastag betűs tételek bizonyítását is ki kell dolgozni ill. tudni kell!**

Jó felkészülést!